

# Modelos de Dinâmica Populacional

## Leituras:

Ricklefs, R. 2004. **A Economia da Natureza**, 6a. Ed. (caps. 14 e 15). Rio de Janeiro, Guanabara.

Gotelli, N.J. **A Primer in ecology** (cap. 3). Sunderland, Sinauer.

# Modelos



**Bagageiro RVPSC, por Ricardo Pinto da Rocha**  
1º lugar da categoria Carro de Passageiro Sênior  
V Concurso da Sociedade Brasileira de Ferreomodelismo, 2006  
[www.sbf.rec.br](http://www.sbf.rec.br)

# Um exemplo: palmitos em Campinas

1992: 28.164 ind/ha

1993: 40.900 ind/ha



A palmeira  
*Euterpe edulis*



Mata de Sta. Genebra,  
Campinas, SP



A musa

Silva Matos et al. 1999  
Ecology 80: 2635-2650

# Um exemplo: palmitos em Campinas



Taxa de crescimento  
anual:

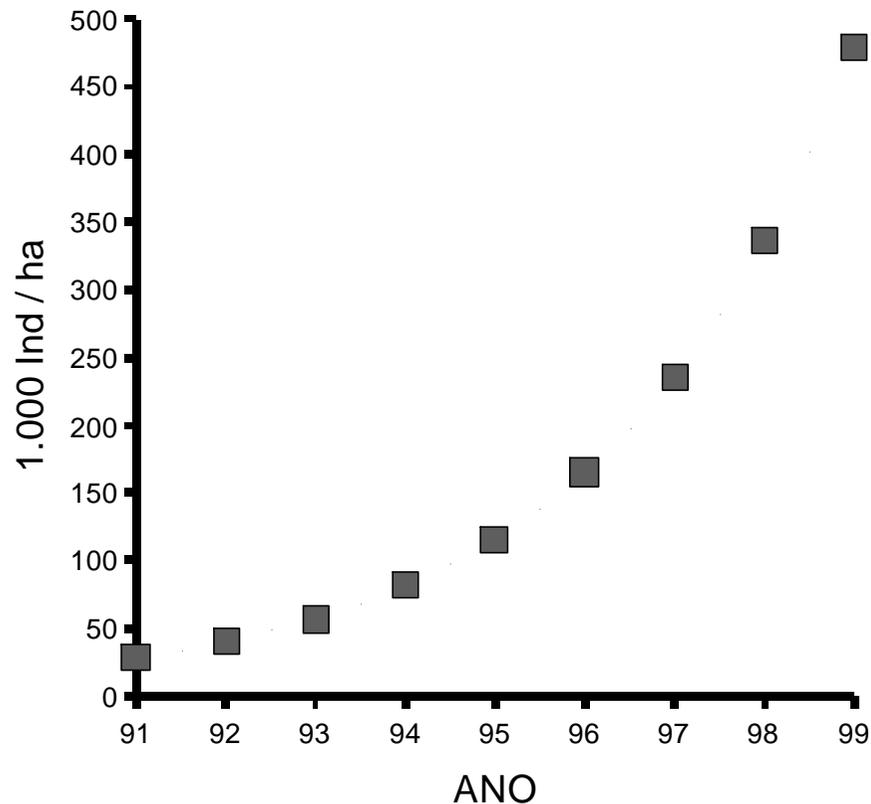
$$40.900 / 28.164 = 1,425$$

Previsão para o próximo ano:

$$40.900 \times 1,425 = 59.395 \text{ ind/ha}$$

# Modelo de Crescimento Geométrico

$$N_{t+1} = \lambda N_t$$



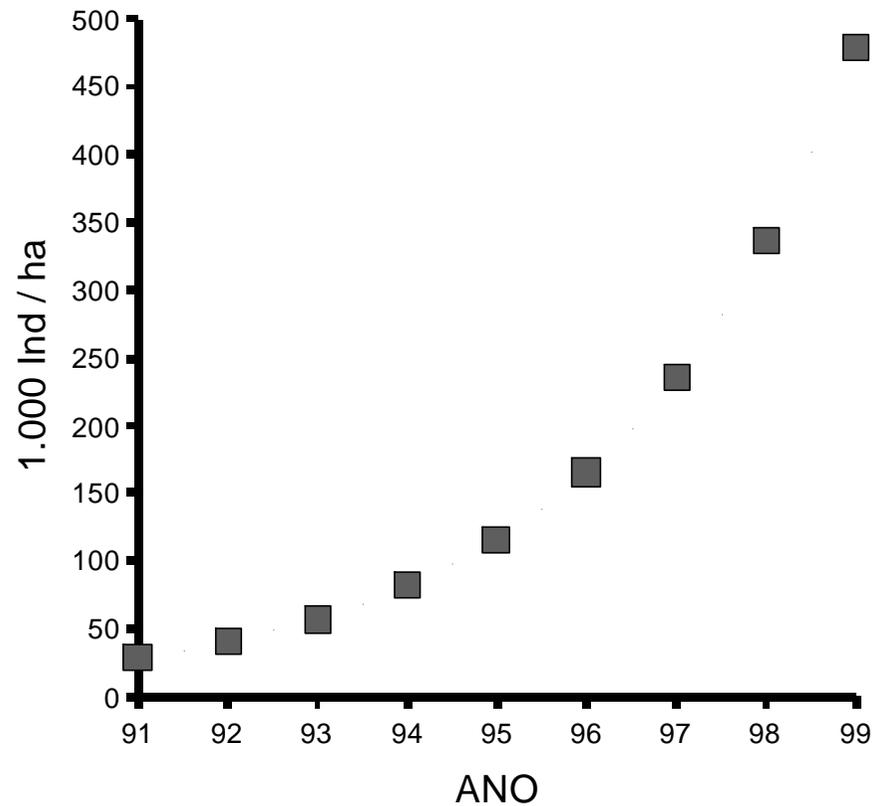
- ☒ Crescimento discreto
- ☒ Crescimento sem limite
- ☒ Sem estrutura genética, espacial ou etária
- ☒ População fechada
- ☒ Taxa de crescimento é sempre a mesma
- ☒ Panmixia

# Modelo de Crescimento exponencial

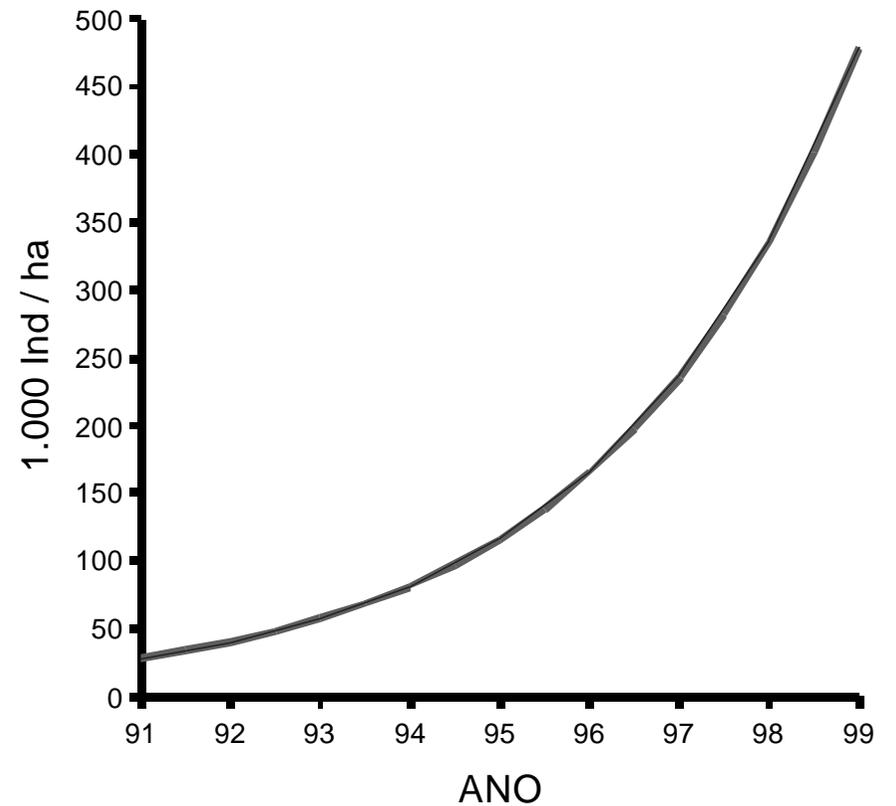
$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N$$

- ✎ Crescimento discreto
- ✎ Crescimento sem limite
- ✎ Sem estrutura genética, espacial ou etária
- ✎ População fechada
- ✎ Taxa de crescimento é sempre a mesma
- ✎ Panmixia

# Geométrico x exponencial



???????



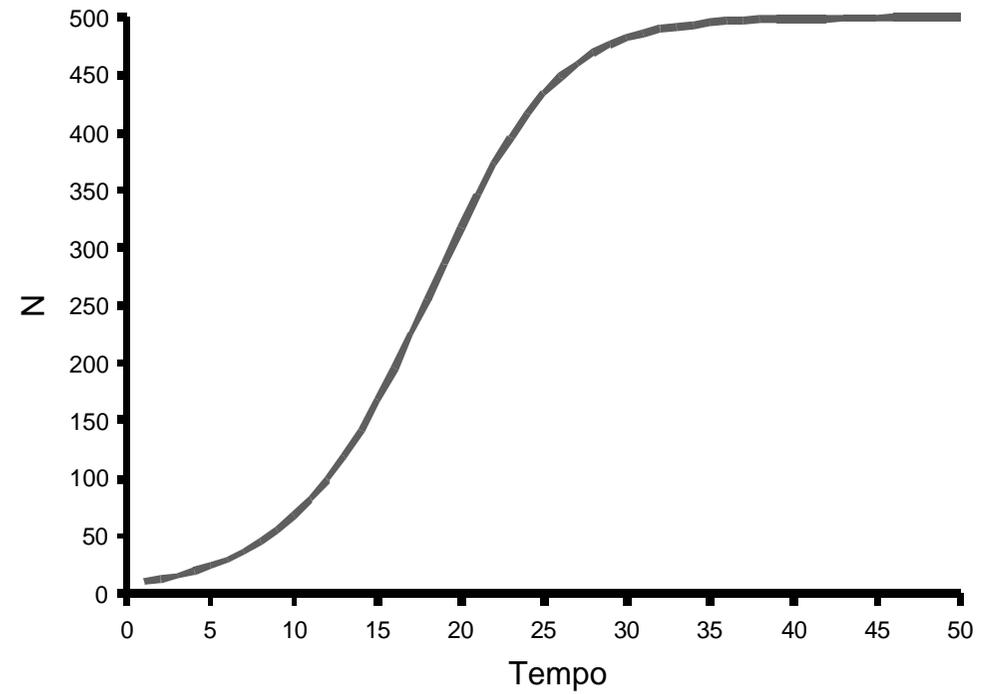
$r = 0,030$  ind/ind.mês

# Modelo de Crescimento logístico

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

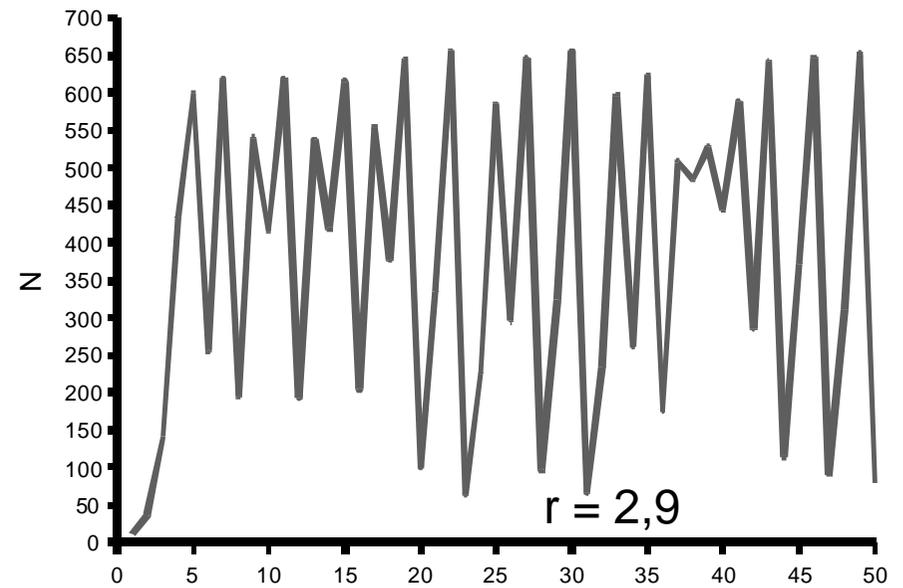
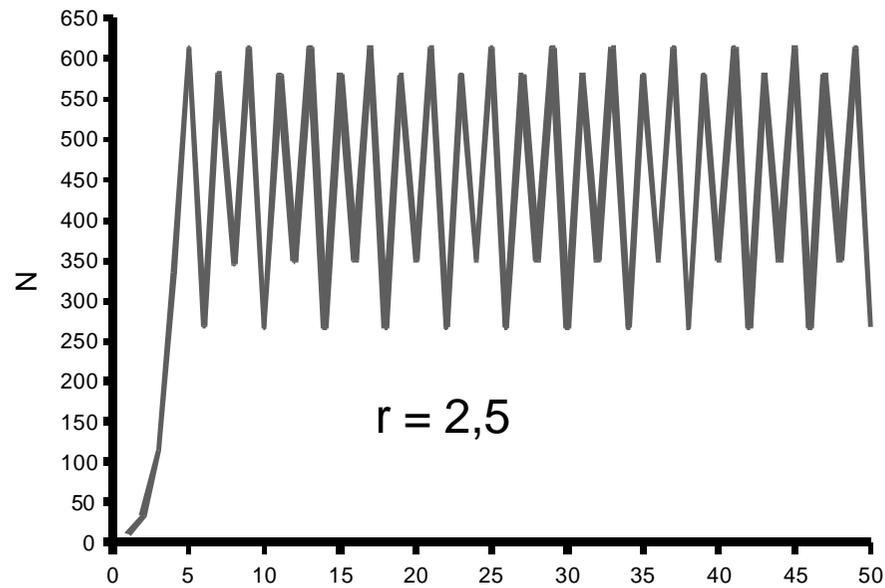
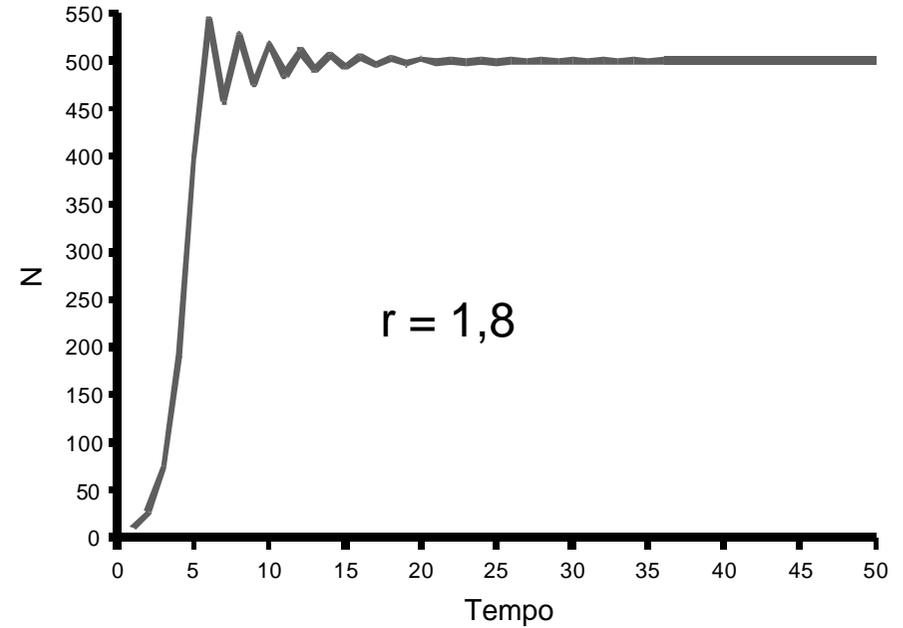
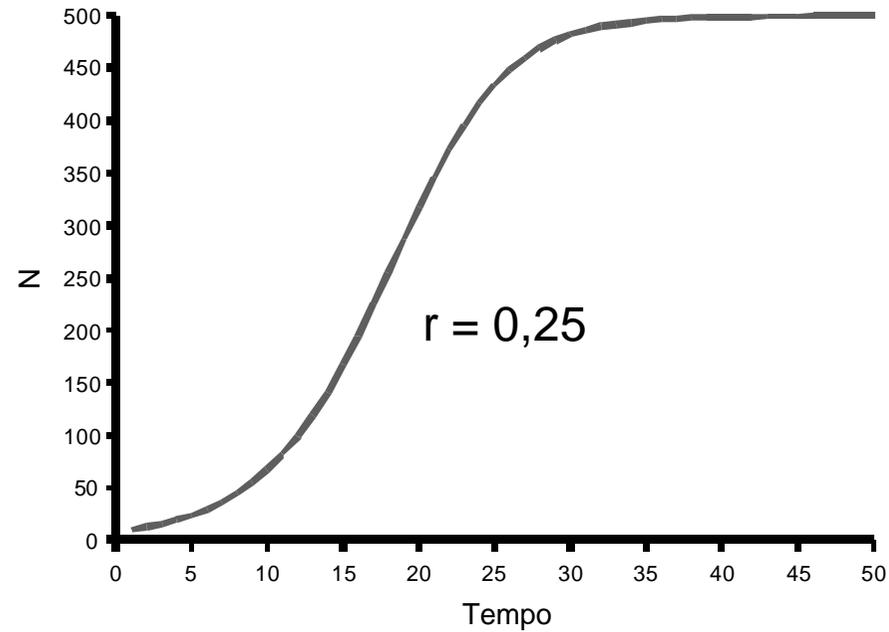
- ✍ Crescimento discreto
- ✍ Crescimento sem limite
- ✍ Sem estrutura genética, espacial ou etária
- ✍ População fechada
- ✍ Taxa de crescimento é sempre a mesma
- ✍ Panmixia

# Será que funciona?

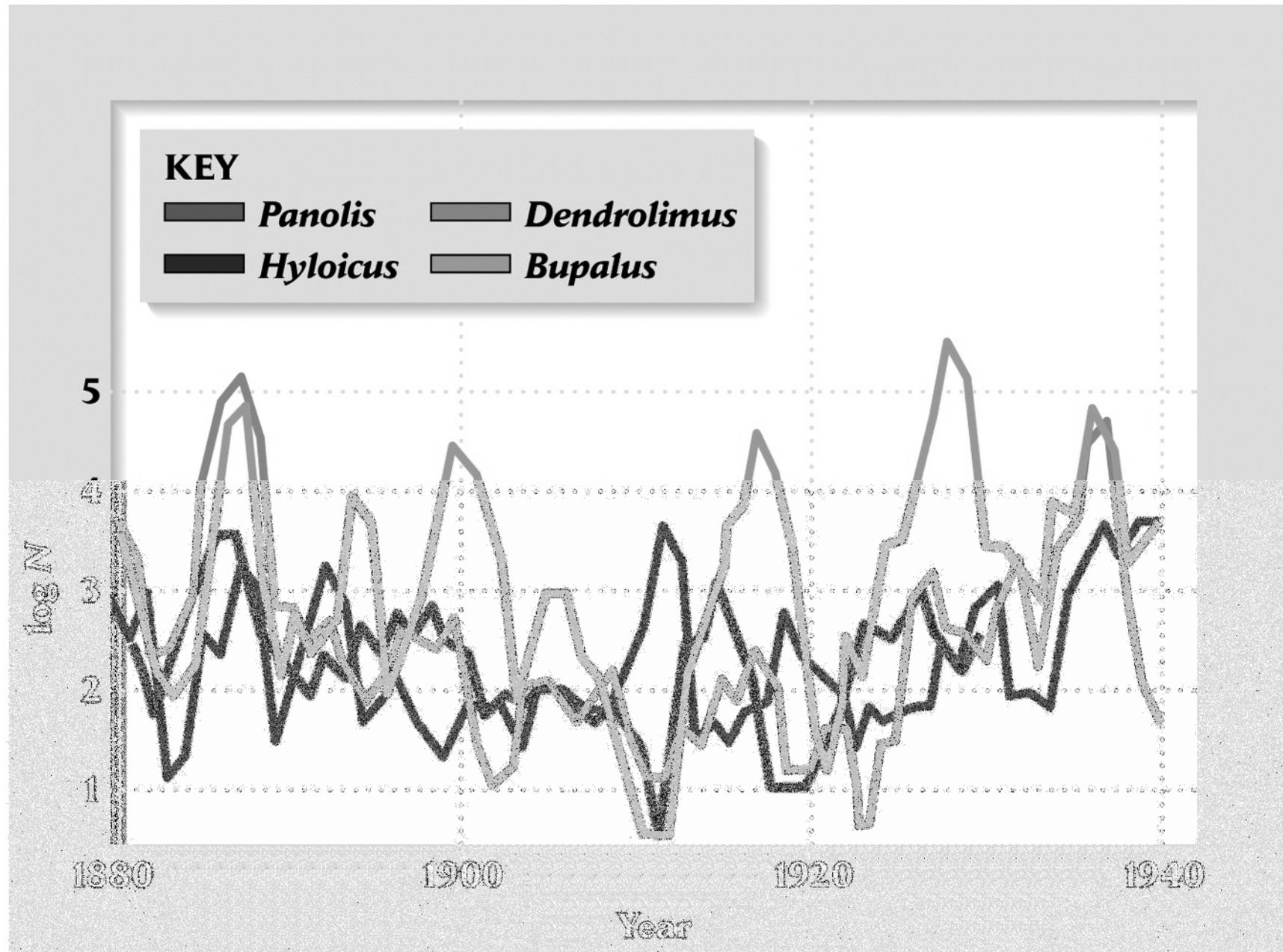


# Modelos logísticos discretos:

ops ...



# O caos não é tão caótico assim?



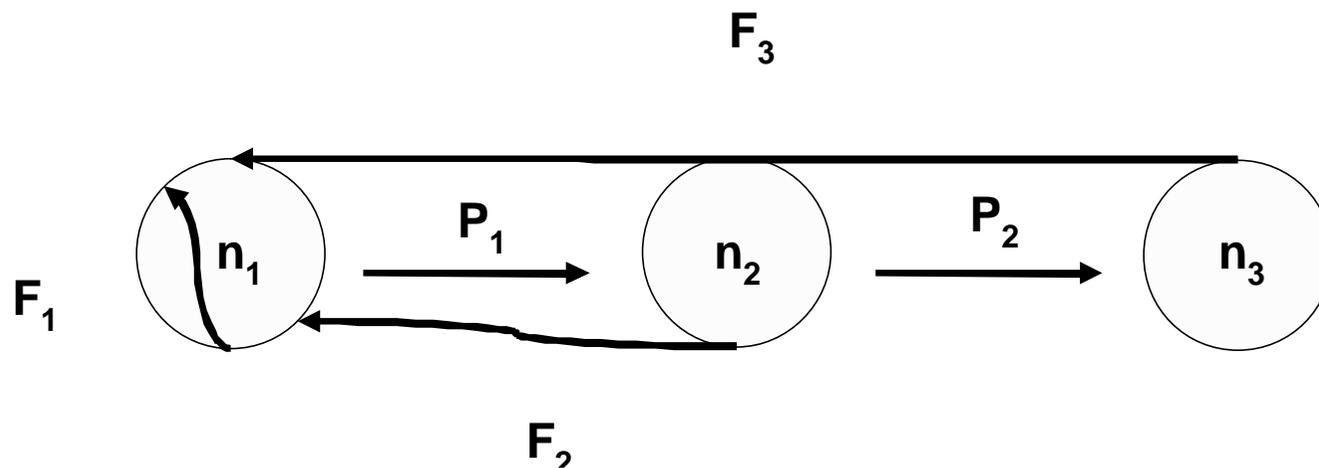
# Para saber mais

Fernandez, F. 2000. **O Poema Imperfeito – Crônicas de Biologia, Conservação da Natureza, e seus Heróis.** (Cap.3). Ed. UFRPR, Curitiba.

May, R.M. 1976. Simple mathematical models with very complicated dynamics. **Nature 261**: 459-467.

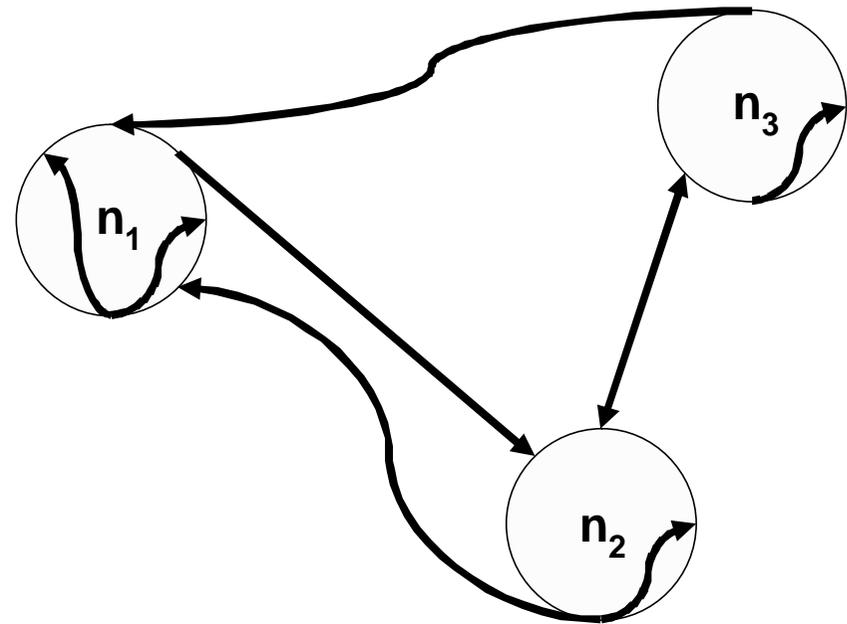
# Modelos de matrizes de transição

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} n_{1t1} \\ n_{2t1} \\ n_{3t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{1t2} \\ n_{2t2} \\ n_{3t2} \end{bmatrix}$$

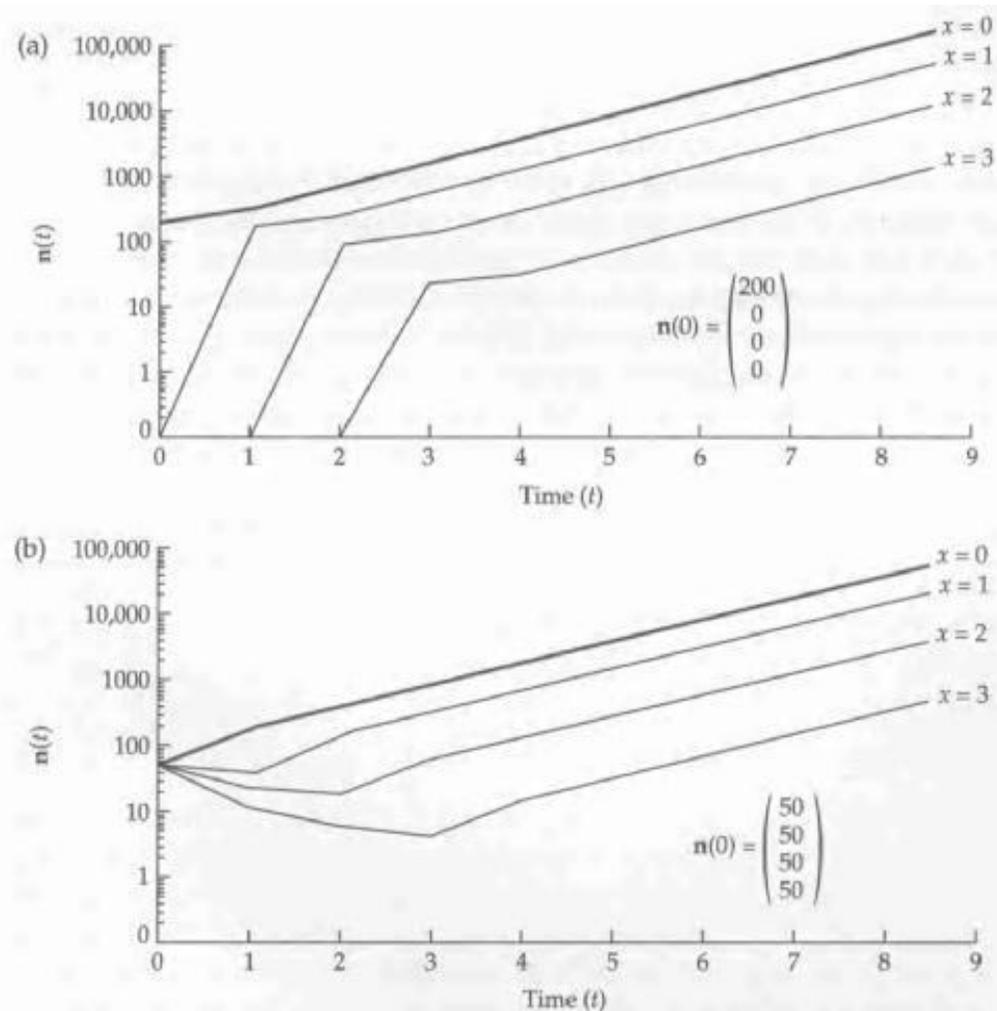


# Uma notação muito flexível

$$\begin{bmatrix} F_1 & P_{11} & F_2 & F_3 \\ P_{12} & P_{22} & P_{32} \\ 0 & P_{23} & P_{33} \end{bmatrix}$$



# Distribuição estável de estágios



**Figure 3.3** Stable age distributions, showing the effects of initial age structure on population growth. Each line represents a different age class, growing according to the birth and death schedules of Table 3.1. In (a), the initial age distribution was 200 newborns. In (b), the initial age distribution was 50 individuals in each age class. After some initial fluctuations, both populations settle into identical stable age distributions. On the logarithmic scale, the straight line for each age class indicates exponential increase.

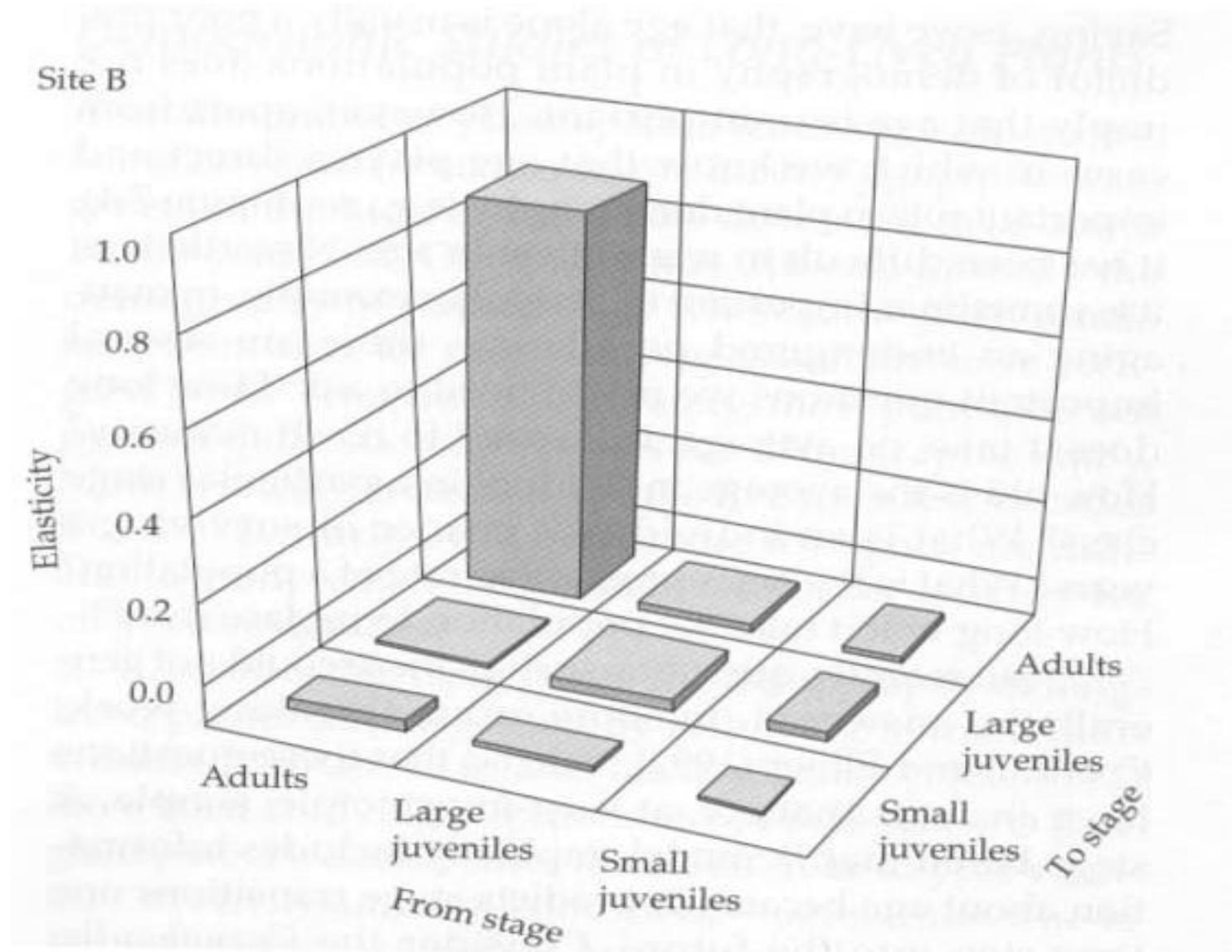
# Análise de sensibilidade

**B**

	<i>Small juveniles</i>	<i>Large juveniles</i>	<i>Adults</i>
<i>Small juveniles</i>	0.023	0.001	0.021
<i>Large juveniles</i>	0.912	0.043	0.820
<i>Adults</i>	1.038	0.049	0.934

Sensibilidade: aumento na taxa de crescimento populacional (??com o aumento de uma unidade de cada elemento da matriz

# Análise de elasticidade



# Matrizes de transição: premissas

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} n_{1t1} \\ n_{2t1} \\ n_{3t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{1t2} \\ n_{2t2} \\ n_{3t2} \end{bmatrix}$$

- ✎ Crescimento discreto
- ✎ Crescimento sem limite
- ✎ Sem estrutura genética, espacial ou etária
- ✎ População fechada
- ✎ Taxa de crescimento é sempre a mesma
- ✎ Panmixia