UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECOLOGIA

Disciplina: BIE 5786 – Ecologia de Populações
Aluno: Santiago Montealegre Quijano

COMPETIÇÃO

Modelo em Tempo Discreto

O objetivo deste exercício é fazer uma projeção do tamanho populacional de duas populações competidoras, usando uma aproximação de modelos de Lotka-Volterra em tempo discreto. Baixe a função a seguir e veja as sugestões de simulações no final do próprio código (não esqueça de tirar o símbolo ”#” do inicio da linha para que o código seja lido no R).

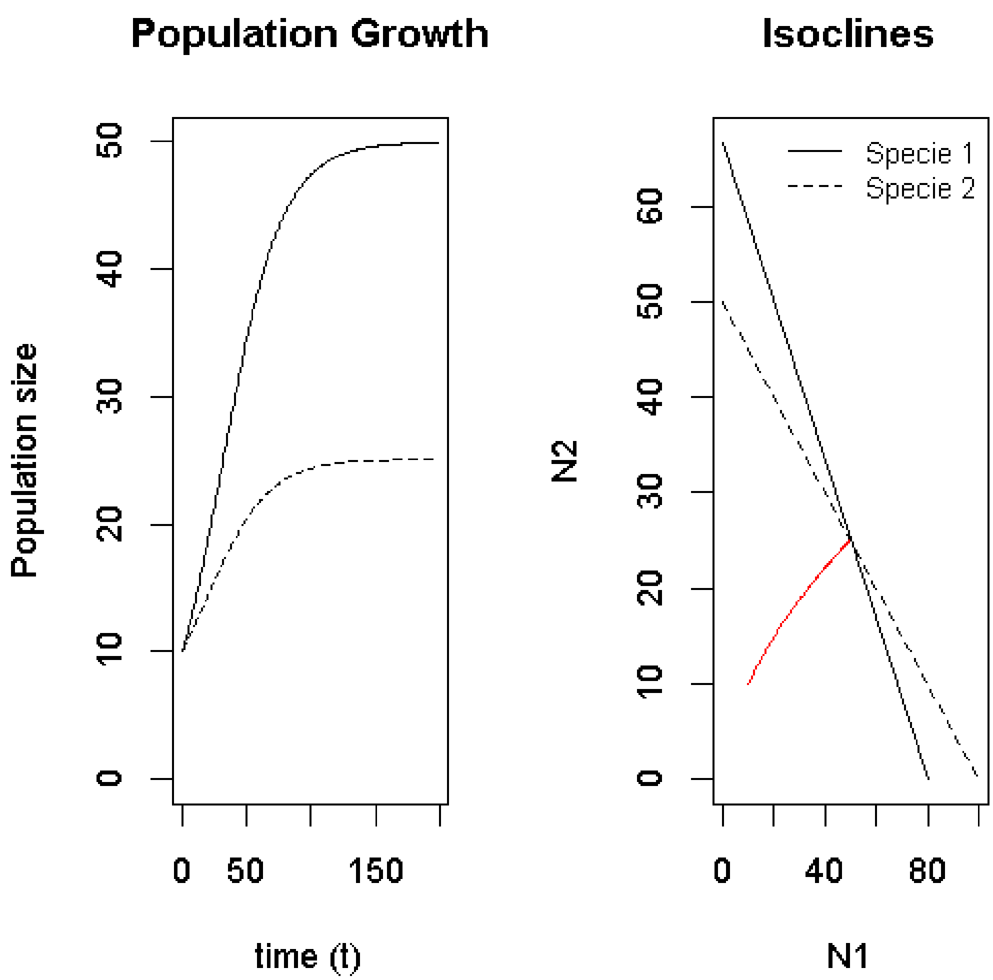
Exercício 1: Aplicando a Função

1. Teste a função com N01=10, N02=10, r1=0.05, r2=0.03, k1=80, k2=50, alfa=1.2, beta=0.5, e tempo final 200.
2. As isoclinas se cruzam? O que isso significa?
3. Teste a função com r1=0.05, r2=0.03, k1=80, k2=50, alfa=1.2, beta=0.5 e tempo final 50. Olhando as curvas de crescimento, você prediria que as espécies podem coexistir? E olhando as isoclinas, qual seria sua conclusão?
4. Experimente, para as duas combinações de parâmetros acima, usar tamanhos de populações iniciais diferentes. Isso faz alguma diferença? Discuta em termos de pontos de equilíbrio do modelo.
5. Busque um exemplo de combinação de k1, k2, alfa e beta que leve a cada um dos cenários possíveis no modelo:
   - espécie 1 vence a competição
   - espécie 2 vence a competição
   - coexistência em equilíbrio estável
   - exclusão com equilibrio instável **(DICA: veja tabela 5.1 do Gotelli)**
6. Dê uma interpretação biológica para as condições que levam a coexistência entre duas espécies.

Respostas

Exercício 1.

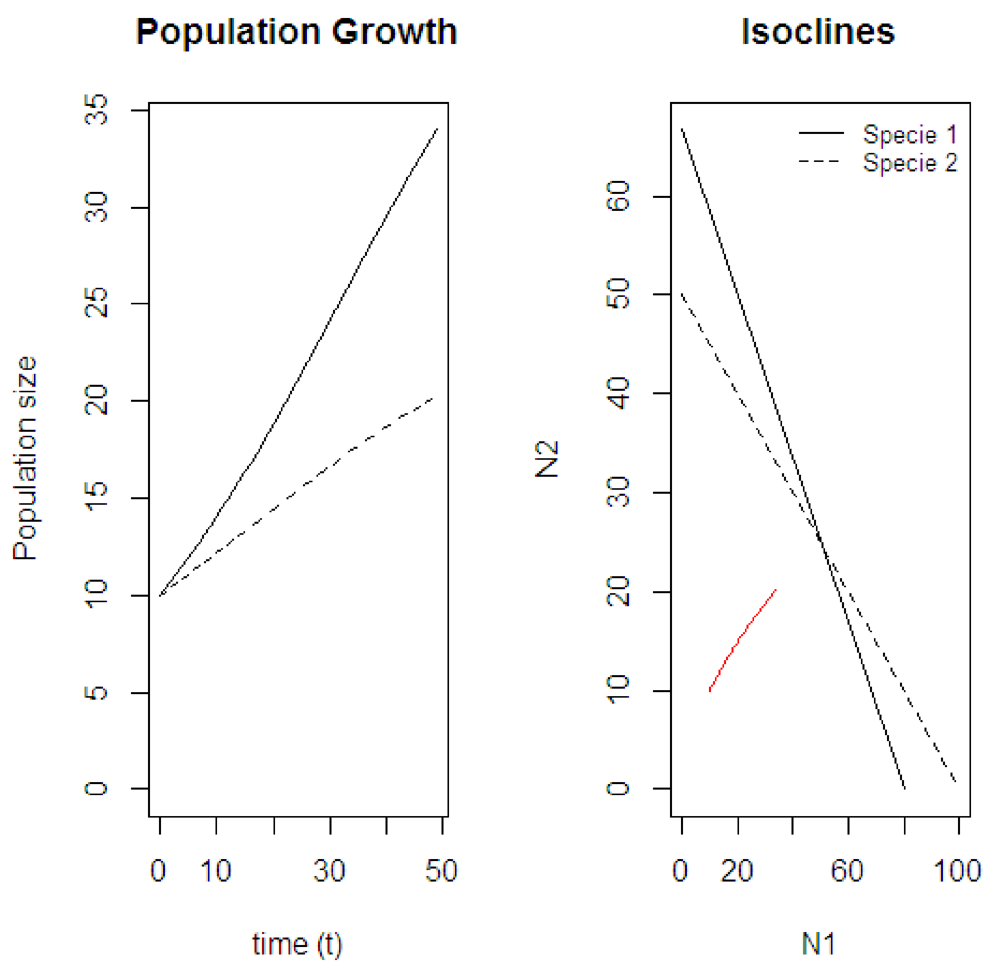
Questões 1 & 2
Parâmetros:
$N_01 = 10$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 200$).



As isoclinas se cruzam. Isto significa que, nesse ponto de abundancia das espécies, as suas populações estariam em equilíbrio um com respeito à outra e, portanto ambas poderiam atingir a capacidade de suporte do sistema, o que fica evidente no gráfico do crescimento populacional. Sob o cenário dos parâmetros conjugados nestes gráficos de crescimento e de fase, o ponto de cruzamento das isoclinas é um ponto fixo, que por sua vez é estável, pois perturbações súbitas na abundancia de alguma população (ou ambas), ocasionam que a população tenda a alcançar o equilíbrio novamente, que é dado pelos respectivos níveis de abundancia tolerados pelo sistema.

<u>Questão 3.</u>

Parâmetros:
$N_0 1 = 10$; $N_0 2 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 50$).



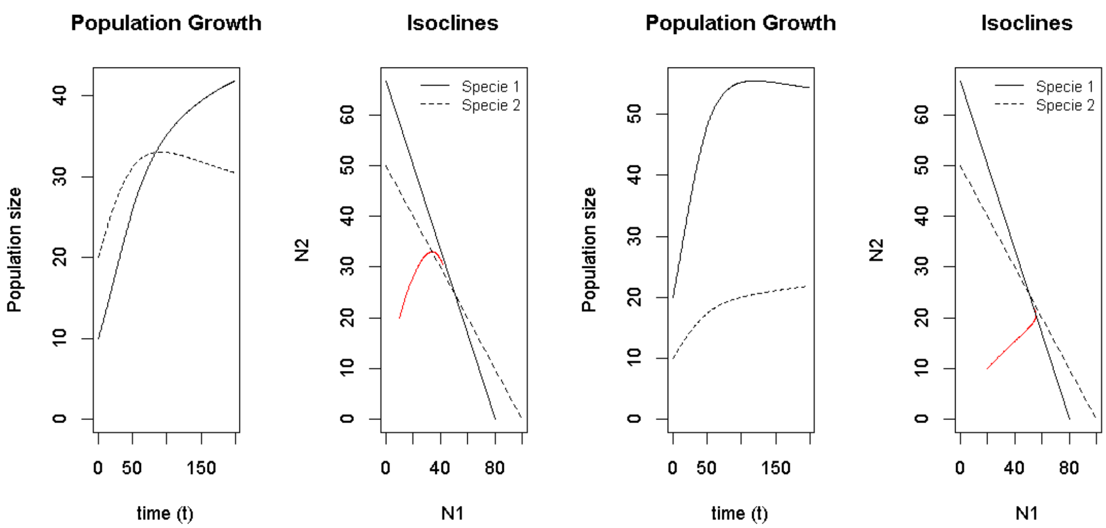
As curvas de crescimento evidenciam a fase exponencial do crescimento populacional, mas o intervalo de tempo não é o suficientemente grande para permitir conclusões acerca da possibilidade de co-existência das duas espécies. Poderia acontecer que uma delas viesse declinar mais tarde em resposta à abundancia da espécie competidora. Contudo, dado que no tmax as espécies não teriam alcançado as respectivas capacidade de carga do sistema, pode-se concluir que elas teriam sempre o potencial de manter suas populações em fase de crescimento exponencial e, portanto em equilíbrio uma com respeito à outra. As isoclinas evidenciam a possibilidade das espécies co-existirem em equilíbrio, pois o cruzamento entre elas define um ponto fixo estável de equilíbrio na abundância das espécies.

Questão 4.

Parâmetros:

$N_01 = 10$; $N_02 = 20$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 200$).

$N_01 = 20$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 200$).

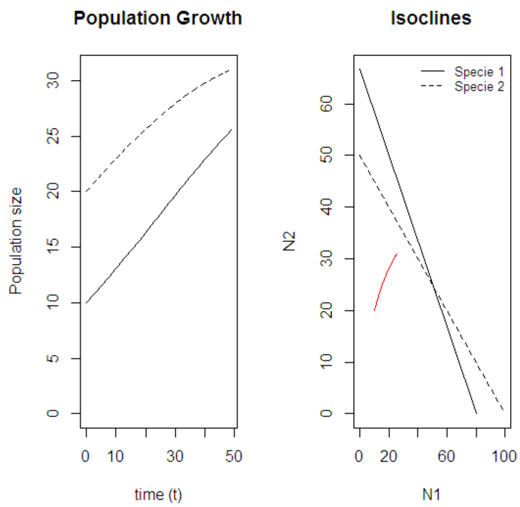


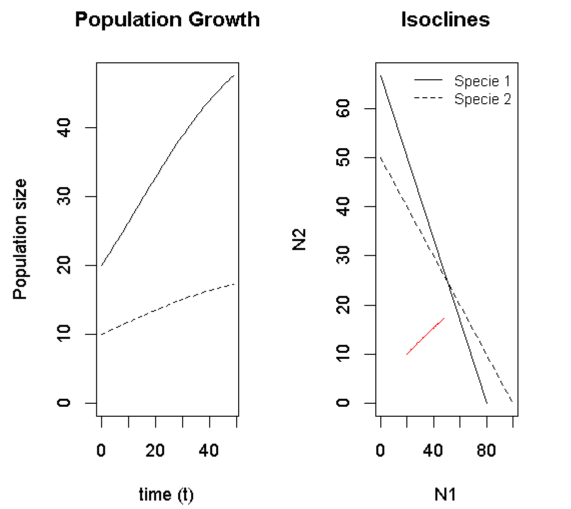
Com os mesmos parâmetros populacionais dos cenários anteriores, em que as espécies têm características próprias de taxas de crescimento e capacidades de carga, mas com abundancias iniciais diferentes observa-se que o equilíbrio entre as espécies é alcançado nos mesmos níveis de abundância final, independentemente de qual era a espécie com maio abundancia inicial. A trajetória de crescimento até o equilíbrio essa sim é diferente, pois dependendo de qual a espécie que incia com um N0 maior, a de menor ou de maior taxa de crescimento, poderá ultrapassar inicialmente a sua capacidade de carga para depois retornar ao seu equilíbrio.

Parâmetros:

$N_01 = 10$; $N_02 = 20$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 50$).

$N_01 = 20$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}2$; $\beta = 0{,}5$; $t_{max} = 50$).



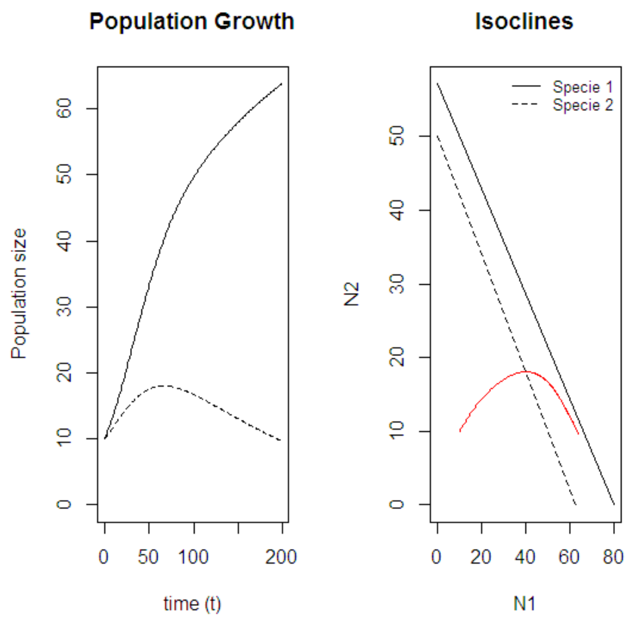


Sob os mesmos cenários anteriores, porem com ¼ do t_{max} anterior, não é possível observar nos gráficos de crescimento populacional não é possível observar como será a trajetória de crescimento até alcançar o equilíbrio, pois ambas as espécies estão ainda na fase de crescimento exponencial. Já os gráficos d fase evidenciam sim o ponto fixo de equilíbrio no qual ambas as espécies conseguem coexistir sob determinados níveis de abundancia relativa, ambos abaixo da suas respectivas capacidade de suporte.

Questão 5.

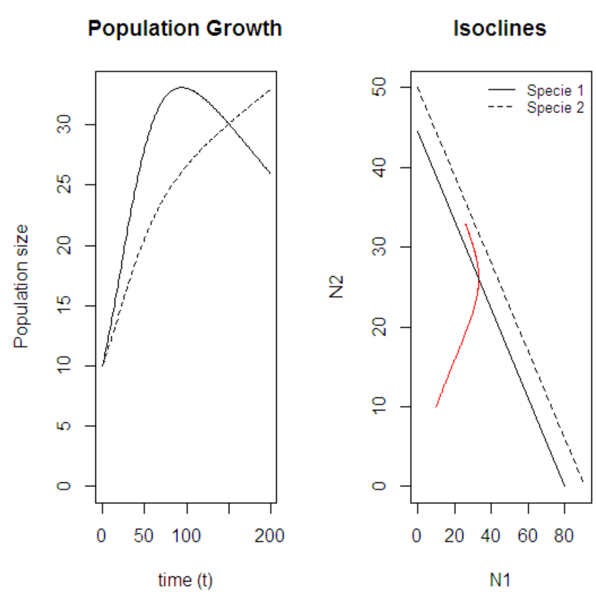
Espécie 1 vence a competição:

$N_01 = 10$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}4$; $\beta = 0{,}8$; $t_{max} = 200$).



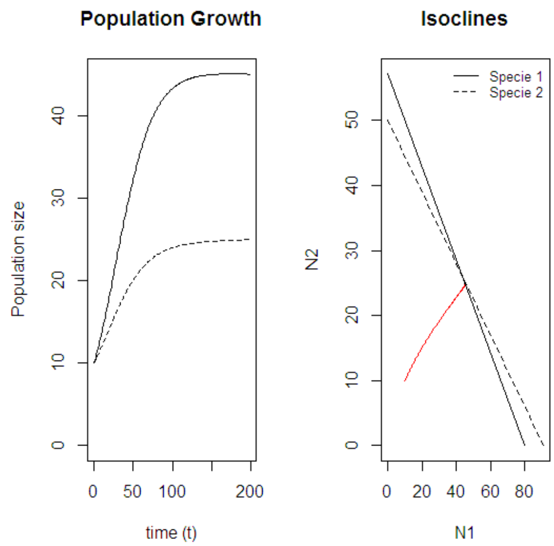
Espécie 2 vence a competição:

$N_01 = 10$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}8$; $\beta = 0{,}55$; $t_{max} = 200$).



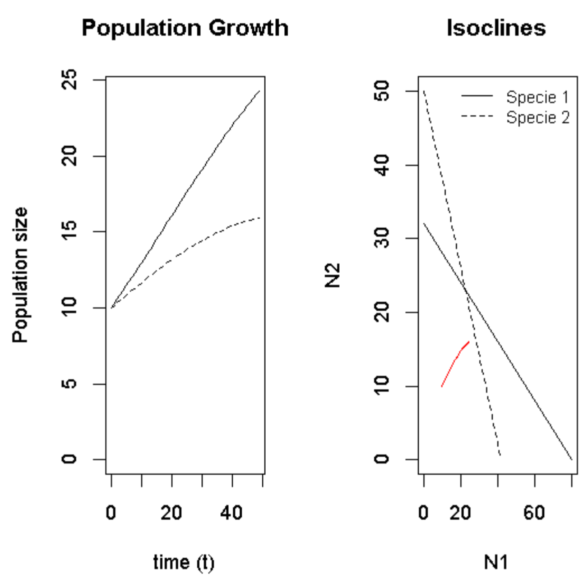
Coexistência em equilíbrio estável:

$N_01 = 10$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 1{,}4$; $\beta = 0{,}55$, $t_{max} = 200$).



Exclusão com equilíbrio instável:

$N_01 = 10$; $N_02 = 10$; $r_1 = 0{,}05$; $r_2 = 0{,}03$; $K_1 = 80$; $K_2 = 50$; $\alpha = 2{,}5$; $\beta = 1{,}2$; $t_{max} = 50$).



Questão 6.

O significado biológico das condições que levam à coexistência de duas espécies que competem por um recurso limitado, passa pela interpretação dos coeficientes de competição α e β; medidas do efeito das espécies competidoras sobre o crescimento populacional. Esses coeficientes dimensionam a importância relativa da competição interespecífica em relação à competição intra-específica. Portanto, a premissa da coexistência inclui a necessidade da competição interespecífica ser menor que a competição intra-específica, o que na prática é observado quando a abundancia relativa de ambas espécies é menor àquela que atingiria caso a espécie competidora estivesse ausente.

Modelo em Tempo Continuo

Vamos usar novamente o pacote *deSolve* para aproximar a solução das equações de competição em tempo contínuo. Uma diferença importante é que, como agora temos 2 espécies, precisamos ter duas condições iniciais, e a função que vamos usar precisa retornar dois números.

Exercício 2: Usando o modelo contínuo

Questão 1 - Copie o código acima e modifique os valores dos parâmetros para obter as situações de: (1) Coexistência estável; (2) Equilíbrio instável; (3) Extinção de cada uma das espécies.

Questão 2 - Use os parâmetros r1=0.5, r2=0.3, k1=80, k2=50, alfa=1.2, beta=0.5, e condições iniciais n01=100, n02=10. Encontre as soluções em tempo discreto e tempo contínuo com tmax = 200. Os gráficos parecem diferentes? Agora encontre as soluções para tmax=5. Qual é a diferença?

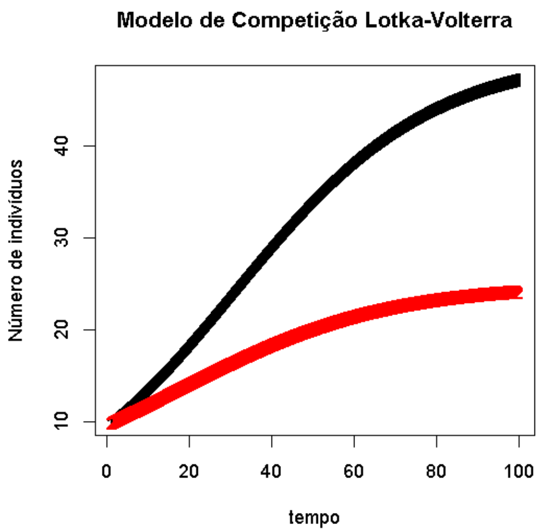
Respostas

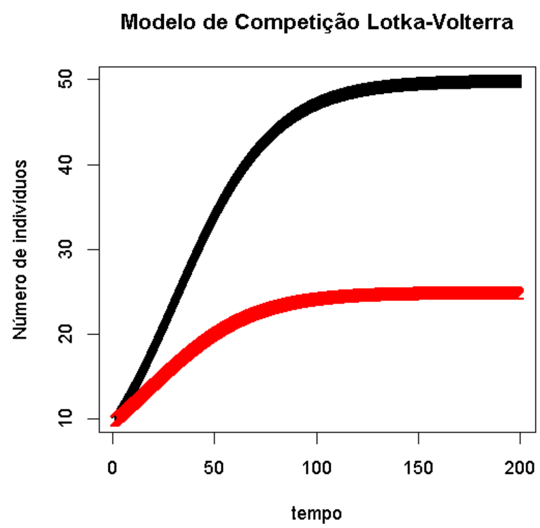
Questão 1. Considerando os parâmetros especificados no codigo fornecido, foram estabelecidos os quatro possíveis cenários de interação entre competidores para tempos de observação de 100 e 200 unidades temporais

COEXISTÊNCIA ESTÁVEL

	sp 1	sp 2
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,2	
beta		0,5
N_0	10	10

Tempo continuo (t_{max} 100 e 200)

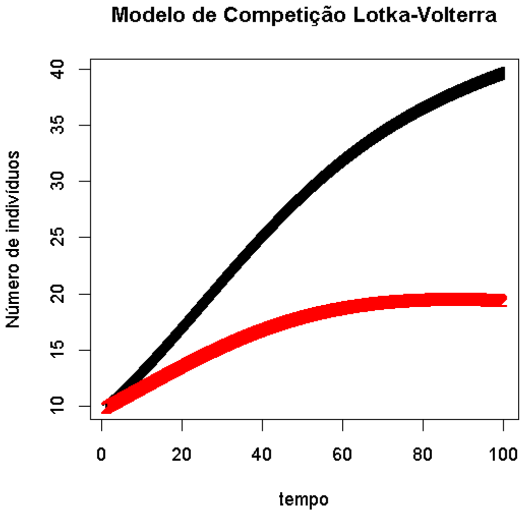


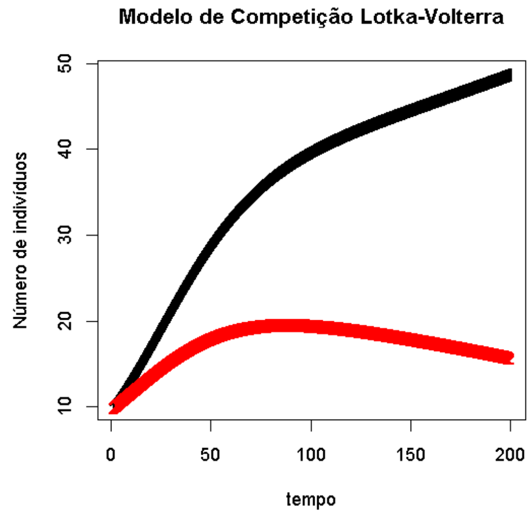


EQUILÍBRIO INSTÁVEL

	sp 1	sp 2
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,8	
beta		0,8
N_0	10	10

Tempo continuo (t_{max} 100 e 200)

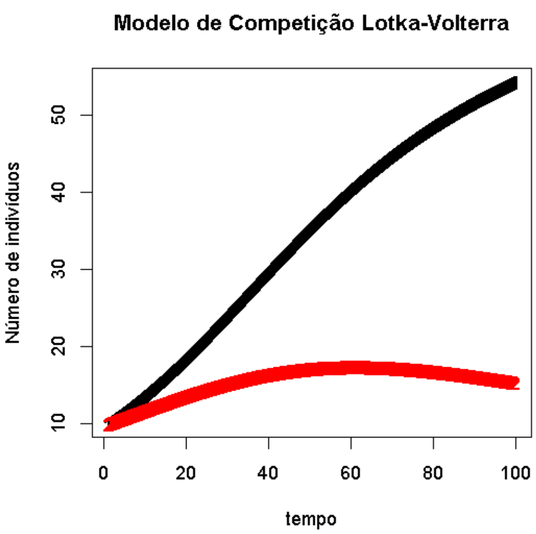


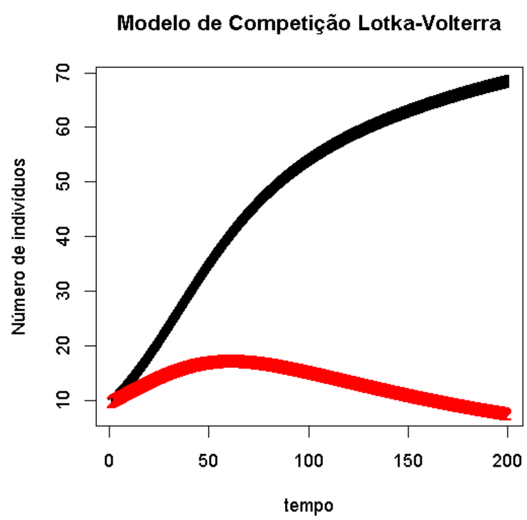


ESPÉCIE 1 VENCE A COMPETIÇÃO

	sp 1	**sp 2**
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,2	
beta		0,8
N_0	10	10

Tempo continuo (t_{max} 100 e 200)

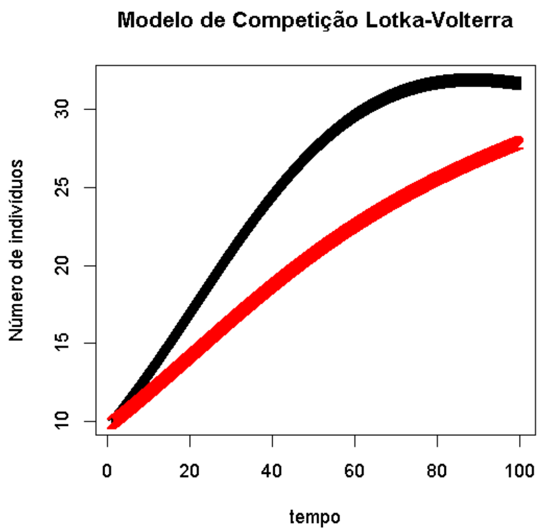


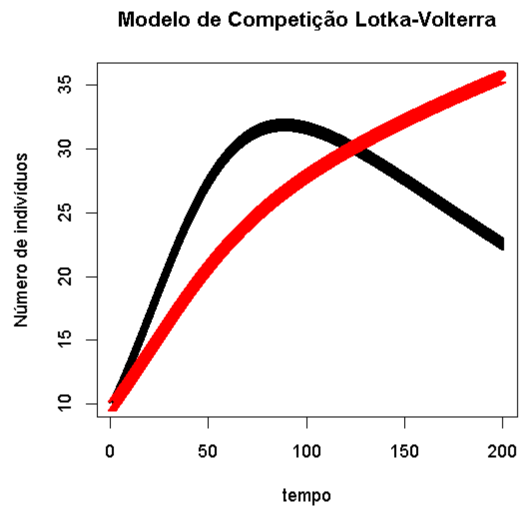


ESPÉCIE 2 VENCE A COMPETIÇÃO

	sp 1	sp 2
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,8	
beta		0,5
N_0	10	10

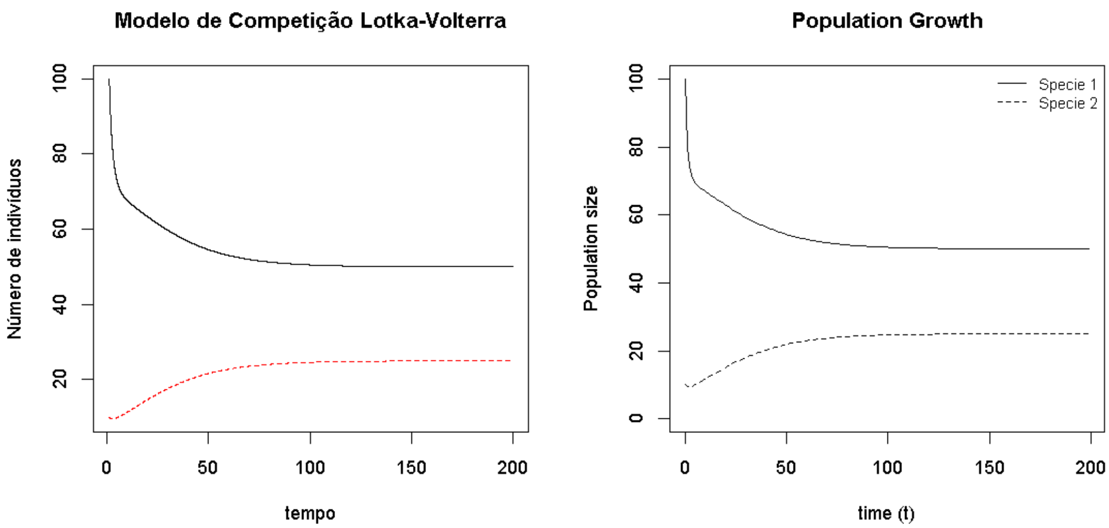
<u>Tempo continuo (t_{max} 100 e 200)</u>





Questão 2. Considerando estes novos parâmetros e condições iniciais, as soluções em tempo contínuo e discreto para um período máximo de observação de 200 unidades temporais são:

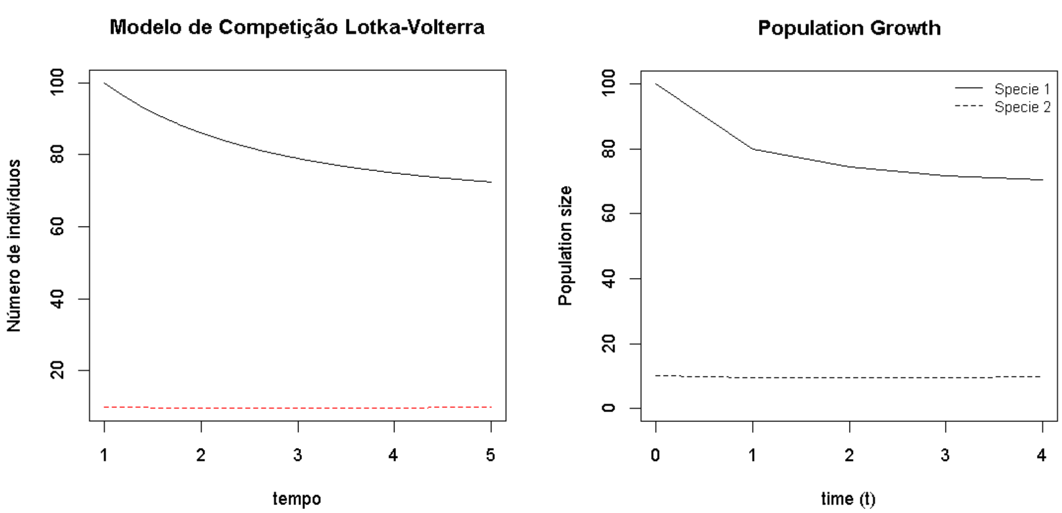
	sp 1	sp 2
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,2	
beta		0,5
N_0	100	10
t_{max}	200	200



*Modelo continuo à esquerda e modelo discreto à direita

Considerando os mesmo parâmetros e condições iniciais, mas com período máximo de observação de apenas 5 unidades temporais as soluções com os modelos continuo e discreto são:

	sp 1	**sp 2**
r	0,5	0,3
k	80	50
alfa	1,2	
beta		0,5
N_0	100	10
t_{max}	5	5



*Modelo continuo à esquerda e modelo discreto à direita

Com t_{max} de 200 unidades temporais as diferenças entre os modelos continuo e discreto são quase imperceptíveis. entretanto, quando diminuída a escala temporal, é como se estivéssemos dando um "zoom" para ver mais de perto as mudanças na abundancia e consegue-se observar que estas são, mais bruscas no modelo discreto quando comparadas ao modelo continuo. Isto se deve justamente à característica do modelo contínuo de calcular as taxas em função de câmbios infinitesimais no tempo.

Mais espécies

Exercício 3

- O que acontece se três espécies estiverem competindo entre si? Escreva as equações para um sistema com três competidoras, e interprete os parâmetros das equações.

Com três espécies competindo entre si, tem-se três coeficientes de competição em jogo, ou seja três efeitos reguladores do crescimento populacional das espécies, alem das respectivas competições intra-específicas. Dependendo das condições iniciais de abundância e dos respectivos parâmetros populacionais , o tamanho populacional dessa terceira espécie competidora que entra no sistema inclui uma nova dimensão à importância da competição intra-especifica para cada uma das outras duas espécies. Para que essas três espécies possam coexistir seria necessário que a competição interespecífica fosse menor que a competição intra-específica, caso contrario uma das três espécies dominaria o sistema e as outras acabariam sendo excluídas. De acordo com o modelo de Lotka-Volterra isso seria possível sob níveis de abundancia das espécies abaixo das respectivas capacidades de carga.

Para um sistema com três espécies competidoras as equações segundo o modelo de Lotka-Volterra são:

$$dN_1/dt = r_1N_1 \{ (K_1 - N_1 - \alpha\, N_2 - £\, N_3) / K_1\}$$

$$dN_2/dt = r_2N_2 \{ (K_2 - N_2 - \beta\, N_1 - €\, N_3) / K_2\}$$

$$dN_3/dt = r_3N_3 \{ (K_3 - N_3 - ¥\, N_2 - Đ\, N_1) / K_3\}$$