UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECOLOGIA

Disciplina: BIE 5786 – Ecologia de Populações
Aluno: Santiago Montealegre Quijano

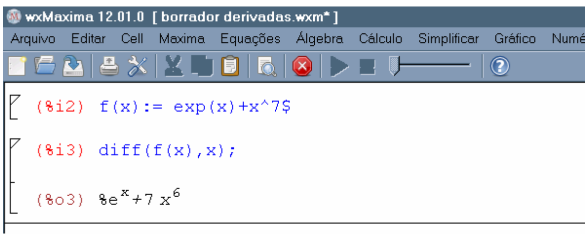
DERIVADAS

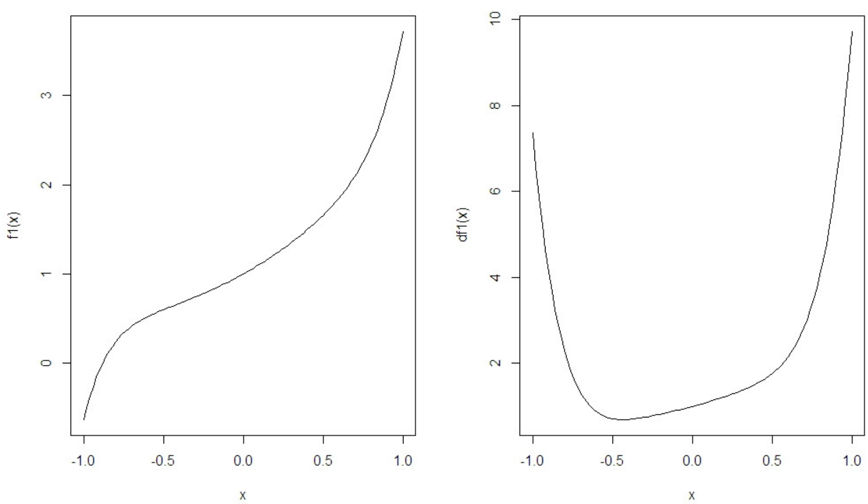
Exercício No. 1

"Para as funções diferenciadas a mão durante a aula, (1) confira o resultado no Máxima; (2) produza gráficos lado a lado da função e sua derivada, no intervalo definido."

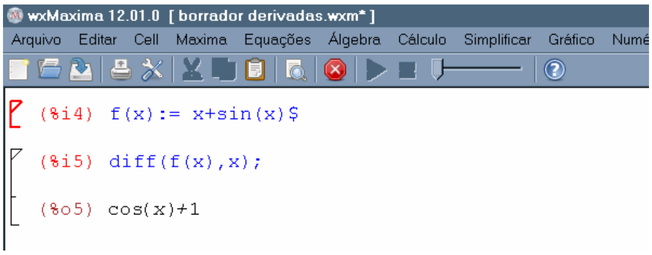
Exercício	***Função***	**Derivada**	**Intervalo**
1.1	$f(x)=e^x+x^7$	$df/dx = e^x + 7x^6$	-1 a +1
1.2	$f(x)=x+sen(x)$	$df/dx = 1 + \cos(x)$	-10 a +10
1.3	$f(x)=5x^3+2$	$df/dx = 15x^2$	-1 a +1
1.4	$f(x)=\cos(x)+sen(x)$	$df/dx = -sen(x) + \cos(x)$	-10 a +10
1.5	$f(x)=x^2+x^3\cos(x)$	$df/dx = 2x+3x^2\cos(x)-x^3sen(x)$	-100 a +100
1.6	$f(x)=e^x\ln(x)$	$df/dx = e^x\ln(x) + e^x/x$	0 a +2
1.7	$f(x)=x^5sen(x)$	$df/dx = 5x^4sen(x) + x^5\cos(x)$	-50 a +50
1.8	$f(x)=1 / x$	$df/dx = -1/x^2$	-1 a +1
1.9	$f(x)=1 / x^2$	$df/dx = -2/x^3$	-1 a +1
1.10	$f(x)=e^x / x$	$df/dx = e^x/x - e^x/x^2$	-1 a +1
1.11	$f(x)=sen(x) / x^2$	$df/dx = \cos(x)/x^2 - 2sen(x)/x^3$	1 a +20

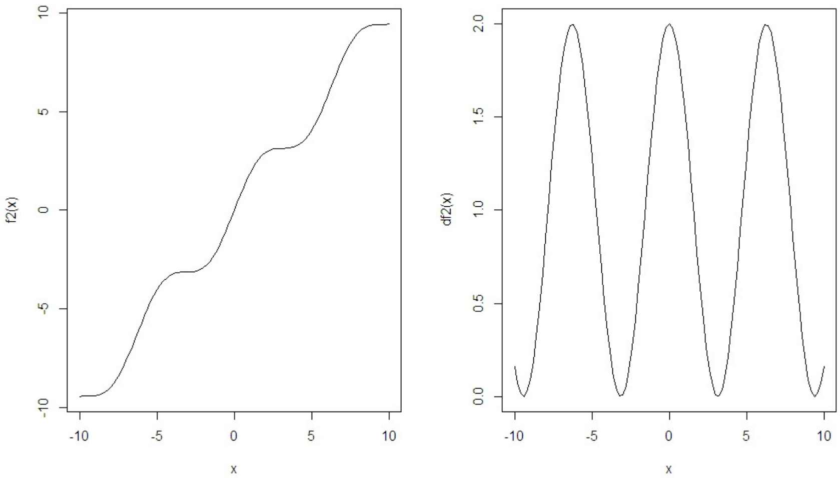
Exercício 1.1



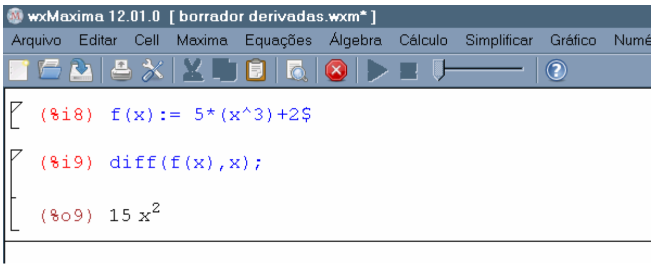


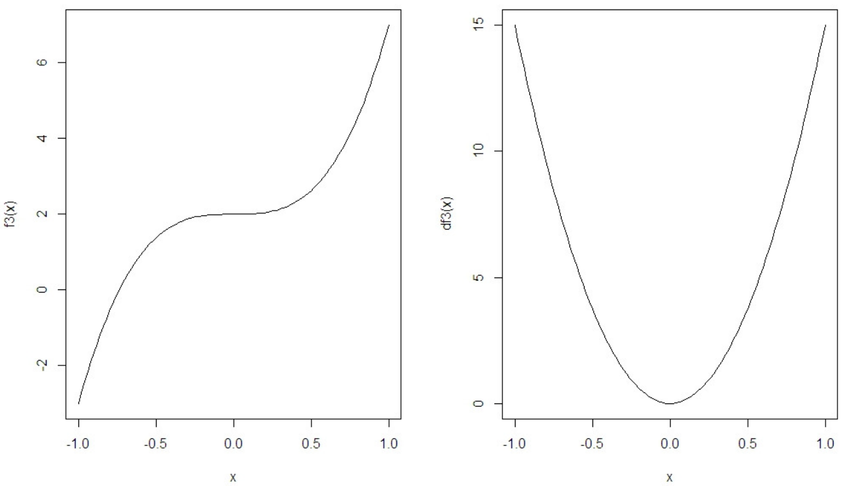
Exercício 1.2



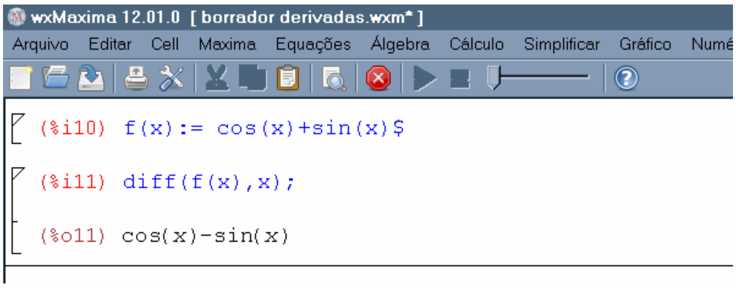


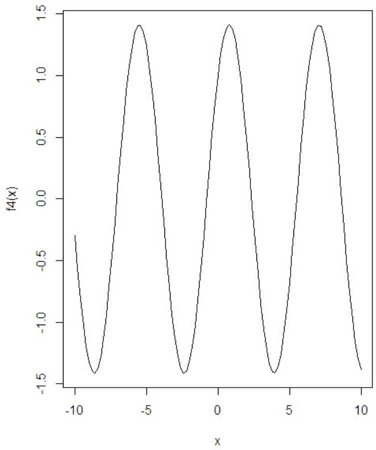
Exercício 1.3

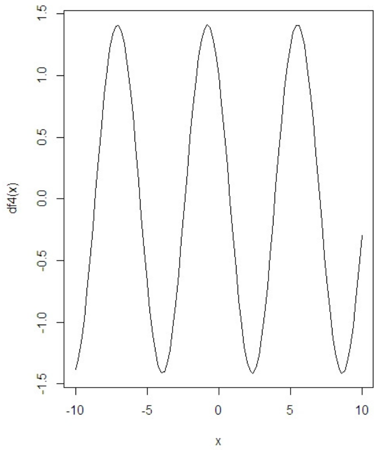




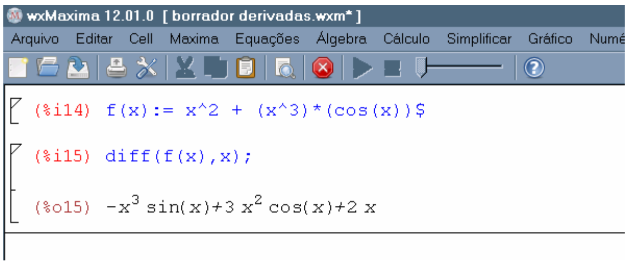
Exercício 1.4

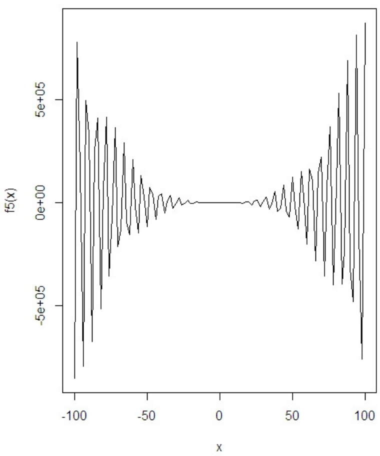


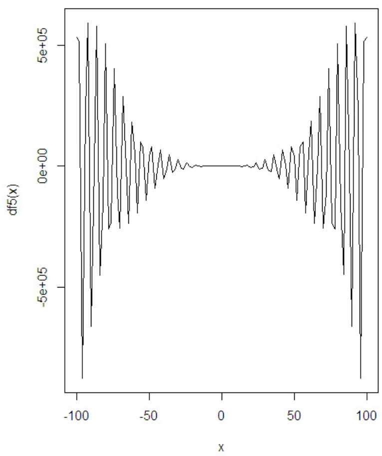




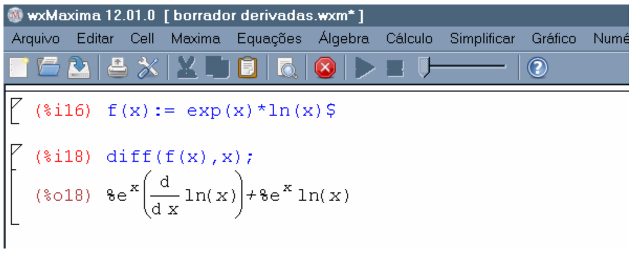
Exercício 1.5

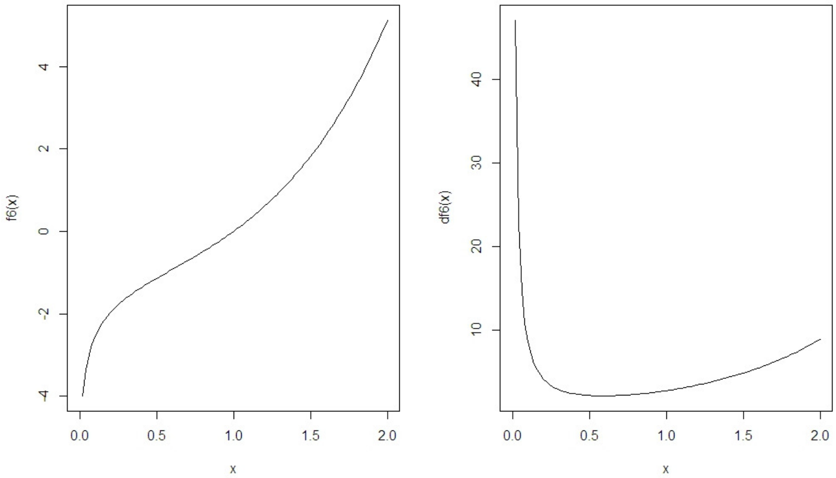




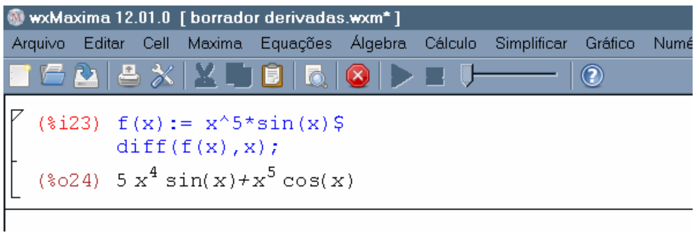


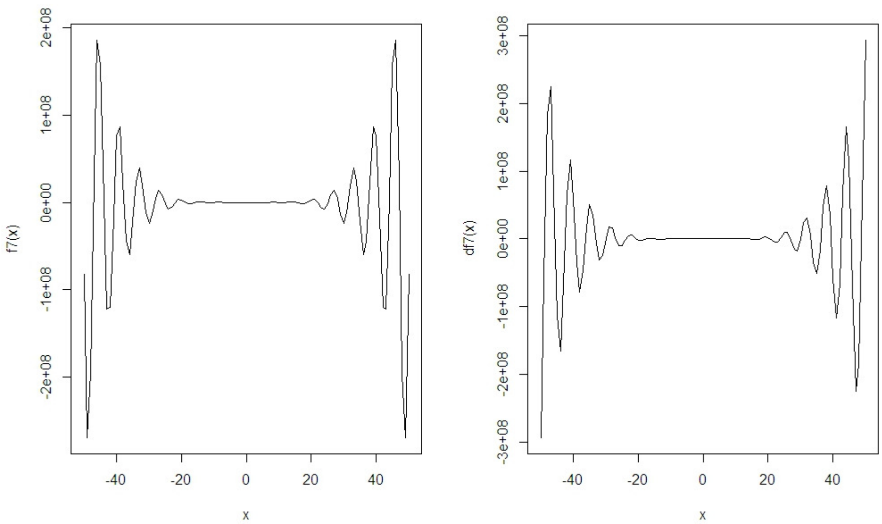
Exercício 1.6



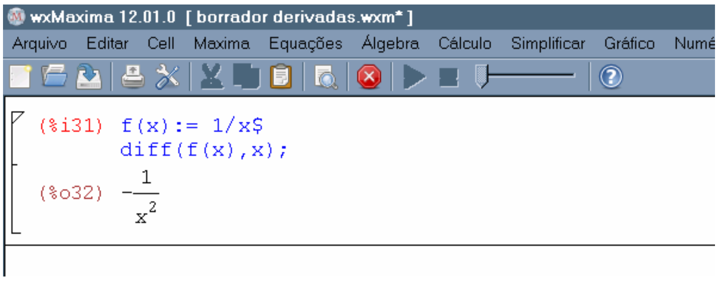


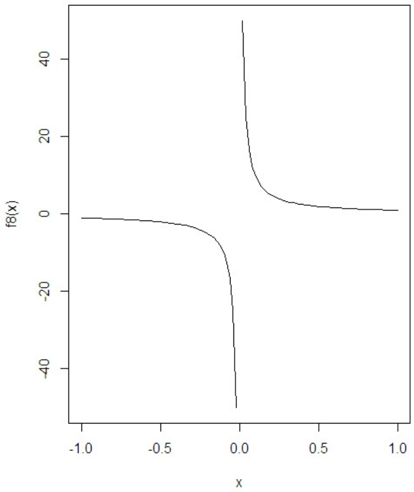
Exercício 1.7

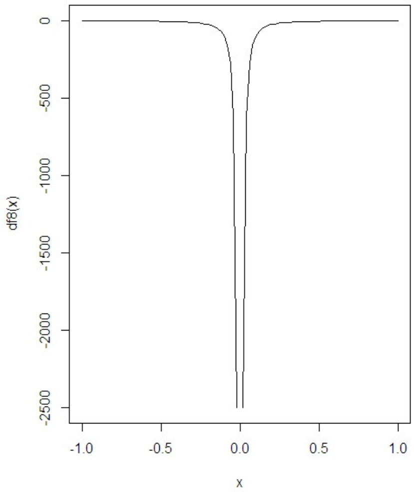




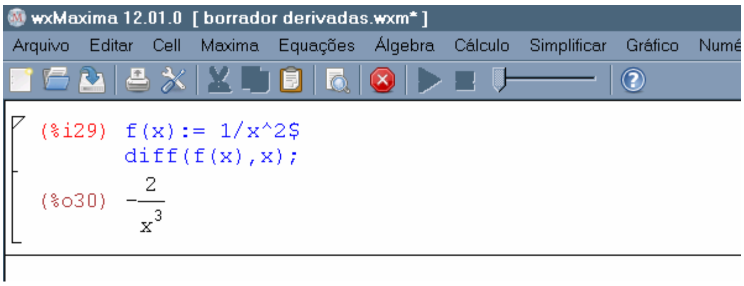
Exercício 1.8

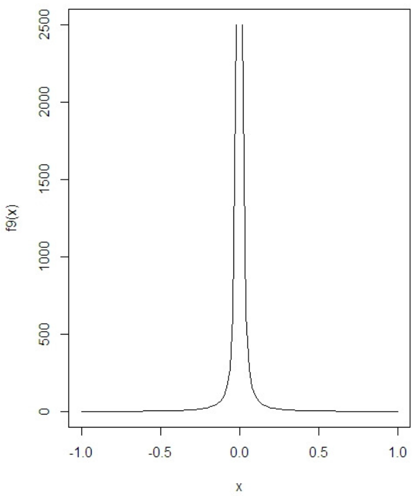


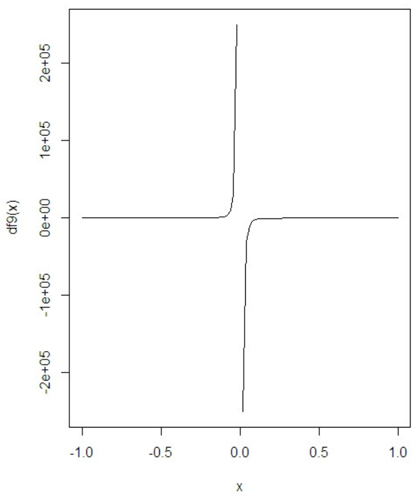




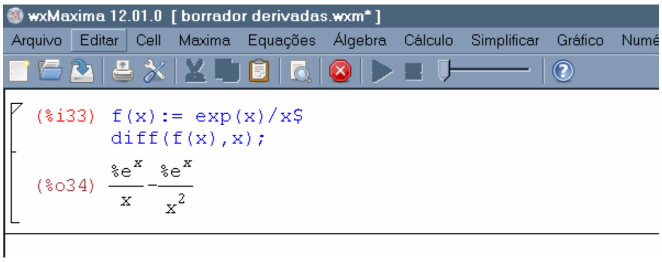
Exercício 1.9

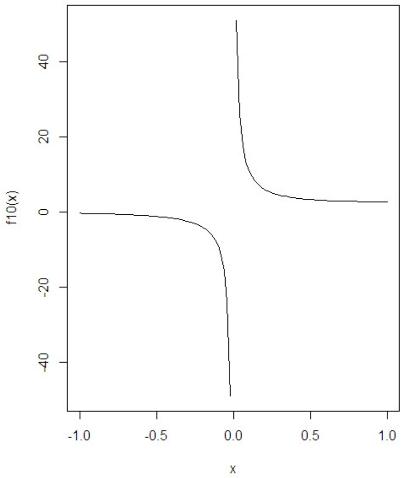


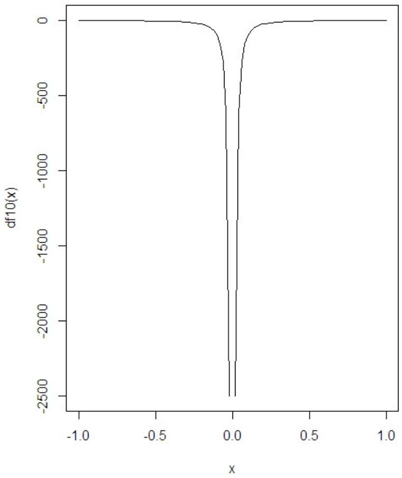




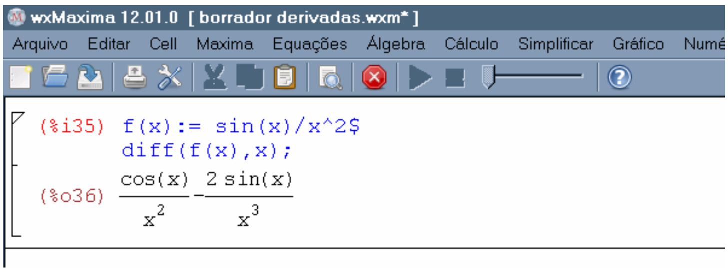
Exercício 1.10

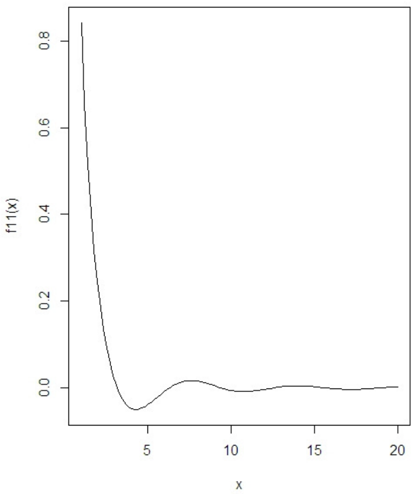


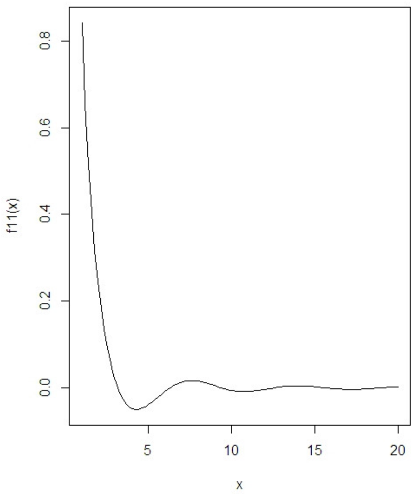




Exercício 1.11







<u>Exercício No. 2</u>

"A baleia-bicuda-de-cuvier (Ziphius cavirostris) parece ter sua área de alimentação associada a inclinação e profundidade do assoalho marinho. Para estudar essas baleias um pesquisador hipotético definiu um transecto de 5 Km (Oeste → Leste), a partir da costa, onde estudou o comportamento da Baleia. Os dados de profundidade foram medidos nas seguintes distâncias (Km) do transecto:

Distância (km)	Profundidade (km)
0	-0,1
0,5	-0,5
1	-0,98
1,35	-1,12
1,72	-1,4
2,05	-0,95
2,4	-1,05
3	-1,9
3,3	-2,33
3,77	-2,88
4	-2,85
4,5	-2,1
5	-2,2

Para definir um modelo de profundidade o pesquisador usou a expressão polinomial de sexto grau:

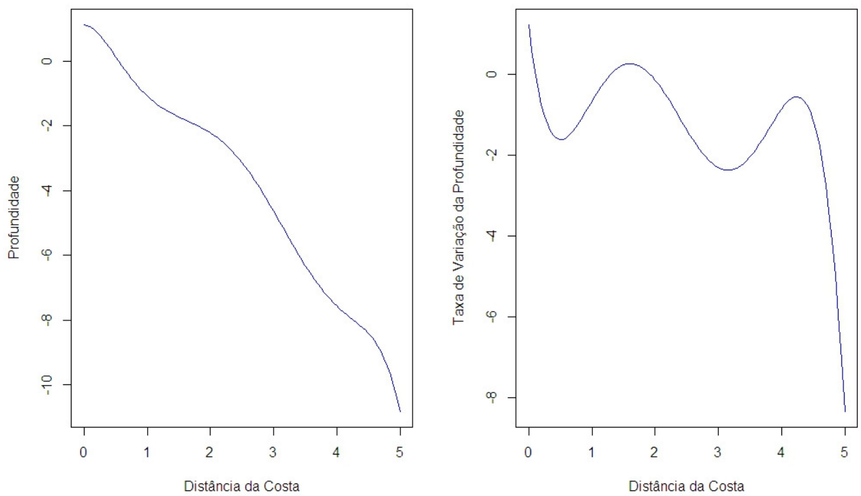
$$Prof = -0.103 + 1.226d - 6.823d^2 + 7.194d^3 - 3.130d^4 + 0.599d^5 + -0.042d^6$$

<u>Perguntas</u>

1. Calcule a função da inclinação do terreno em relação à distância da costa.

$$P = 1.226 - 13{,}645d + 21{,}582d^2 - 12{,}52d^3 + 2{,}995d^4 - 0.252d^5$$

2. Produza o gráfico (1) da profundidade em relação à distância da costa e (2) da sua derivada em relação à distância, coloque-as lado a lado e estabeleça a relação de ambos com as características do ambiente.



A profundidade aumenta com a distância da costa, isto é, quanto maior a distancia da costa maior será a profundidade encontrada. Entretanto, a taxa de aumento da profundidade não é constante. Observa-se que a quatro distâncias da costa (~0,5, ~1,5, ~3,0 e ~4,2 km) a taxa de variação é nula, sendo seguidas por duas diminuições e dois aumentos dessa taxa de variação. Após a primeira e a terceira dessas distancias (~0,5 e ~3,0 km) a taxa de variação da profundidade em relação a distância da costa diminui de forma continua por uma distancia aproximada de 1,0 km, para em seguida voltar a aumentar. De tal forma, o modelo de profundidade ajustado aos dados coletados no transecto linear amostrado, sugere a presença de duas regiões de ~1,0km de extensão com relativa pouca variação na profundidade.

3. Uma hipótese é que a baleia concentre esforço de forrageio em profundidades intermediárias (entre 1Km e 1,5Km) em terrenos com inclinações negativas. Se essa hipótese estiver correta, onde você espera encontrar mais baleias ao longo da transecção? Qual a diferença entre uma inclinação negativa e positiva, nesse caso específico, relacionado ao ambiente?

Com base nessa hipótese, a probabilidade de encontrar essas baleias, deve ser maior a distancias de 1,0 a 2,0 km da costa, e em um pequeno intervalo de distância ao redor dos 4,0 km da costa, sobre o transecto linear amostrado.

Uma inclinação negativa é quando a taxa de aumento da profundidade diminui, enquanto que uma inclinação positiva é quando a taxa de aumento da profundidade aumenta.

INTEGRAIS

Exercício No. 1

Determine o resultado das seguintes integrações. Quais desses são integrais definidas e quais são integrais indefinidas?

Exercício	*Integral*	**Resultado**	**Intervalo**
a	$\int sen(x)dx$	$=-\cos(x)$	INDEFINIDA
b	$\int x^2+1dx$	$=\dfrac{x^3}{3}+x$	INDEFINIDA
c	$\int_0^1 \cos(x)dx$	$=\int^1 \cos(x)dx-\int^0 \cos(x)dx$ $=-sen(1)+sen(0)=sen(1)$	DEFINIDA
d	$\int_{-1}^5 x^3+2xdx$	$=\int^5 x^3+2xdx-\int^{-1} x^3+2xdx$ $=\left[\dfrac{d}{d_{x=5}}\dfrac{x^4}{4}+x^2\right]-\left[\dfrac{d}{d_{x=-1}}\dfrac{x^4}{4}+x^2\right]$ $=\left[\dfrac{5^4}{4}+5^2\right]-\left[\dfrac{-1^4}{4}+\left(-1^2\right)\right]=180$	DEFINIDA

e	$\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$	$= \int^{\infty} \frac{1}{x^2} dx - \int^{1} \frac{1}{x^2} dx$ $= \left[\frac{d}{d_{x=1}} - \frac{1}{x} \right] - \left[\frac{d}{d_{x=\infty}} - \frac{1}{x} \right]$	DEFINIDA
f	$\int_{0}^{1} sen(x^{27}) dy$	$sen(x^{27})$	DEFINIDA

Exercício No. 2

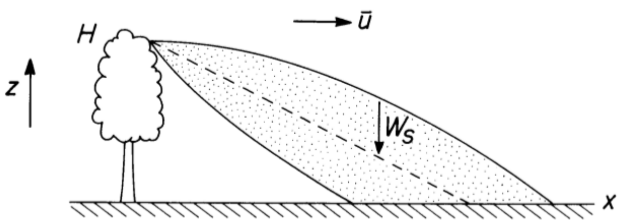
(Use o Maxima)

Em algumas espécies o principal fator que leva a dispersão das sementes é o vento. É possível modelar a distribuição das sementes em função da distancia da fonte mecanisticamente, e uma das expressões, para ventos unidirecionais, que podem ser derivadas é:

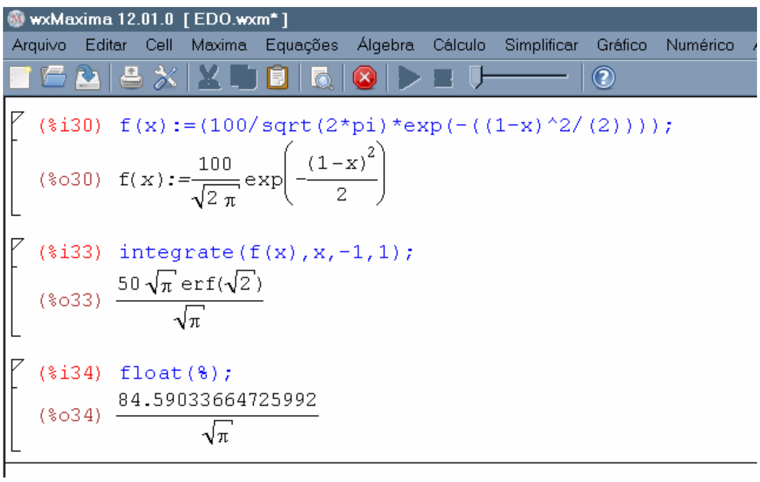
$$Q_x = \frac{NW_s}{\sqrt{2\pi}\,\bar{\mu}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(H - W_s x / \bar{\mu})^2}{2\sigma_z^2} \right]$$

Os parâmetros dessa equação são:

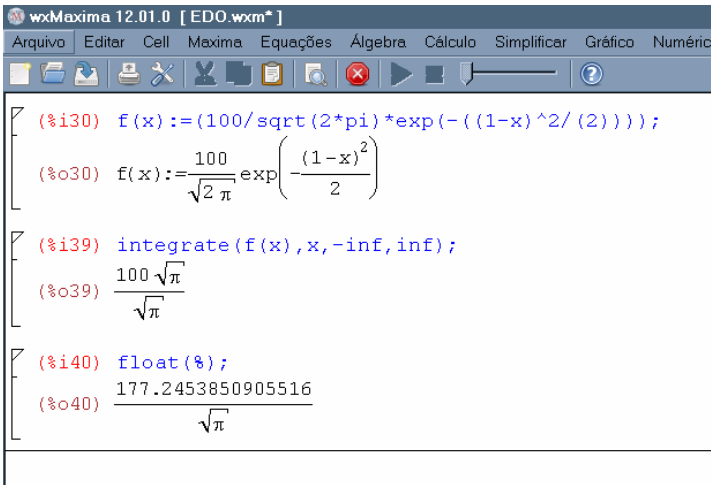
N: a taxa de produção de sementes na fonte
σ_z: o componente vertical da variância no movimento aleatório da semente
W_s: a velocidade de fixação da semente
$\bar{\mu}$: velocidade media do vento
H: altura da fonte



1) Vamos encontrar qual é o total de sementes que uma árvore dispersa em um raio de 1m. Para isso, integre a função $Q(x)$ entre -1 e 1. Use N=100, σ_z=W_s=$\bar{u}$=H=1.



2) Qual é o total de sementes dispersadas em todo o eixo x? Esse resultado é esperado?



3) Qual é a expressão que, para certa distancia d, dá o total de sementes dispersadas entre 0 e d?

$$\int_0^d \frac{25(2^{3/2})\times(1-d)\exp^{\left(\frac{(1-d)^2}{2}\right)}}{\sqrt{\pi}}$$

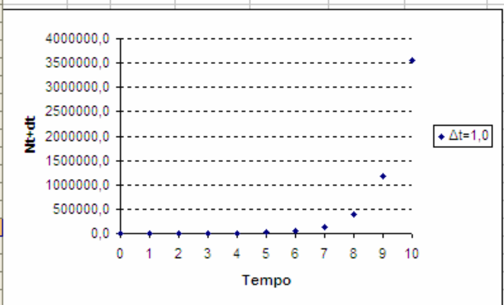
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

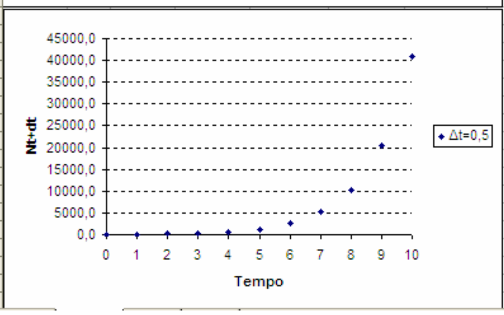
<u>Exercício No. 1</u>

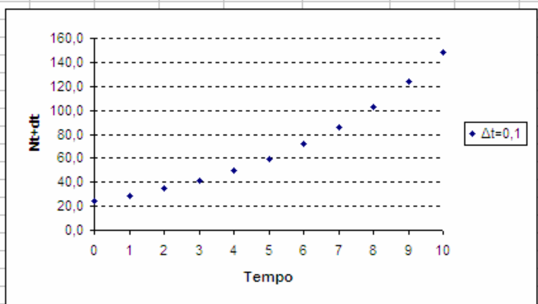
Faça a representação geométrica do exemplo de solução numérica do nosso tutorial <u>Soluções Numéricas</u>, mostrando cada estágio da aproximação para Δt= 0.1 e 0.5 e 1. **Não precisa fazer isso no R, pode ser feito na mão, ou no Excel[1)]**

No =	20		
r=	2		
Δt=	0,1	0,5	1
N_{0+}	20		

		$\Delta N_{t+\Delta t}$		
t	N_t	Δt=0,1	Δt=0,5	Δt=1,0
0	20	24,0	40,0	60,0
1	24,0	28,8	80,0	180,0
2	28,8	34,6	160,0	540,0
3	34,6	41,5	320,0	1620,0
4	41,5	49,8	640,0	4860,0
5	49,8	59,7	1280,0	14580,0
6	59,7	71,7	2560,0	43740,0
7	71,7	86,0	5120,0	131220,0
8	86,0	103,2	10240,0	393660,0
9	103,2	123,8	20480,0	1180980,0
10	123,8	148,6	40960,0	3542940,0







Exercício No. 2

O processo de decomposição de serapilheira (folhas e outros materiais orgânicos caídos no solo) é de extrema importância para a ciclagem de nutrientes em vegetações onde os solos são pouco férteis. Normalmente o processo é modelado com a taxa de decaimento (porcentagem de massa remanescente pelo tempo) sendo constante. Apesar desses modelos se ajustarem a dados empíricos, por vezes não conseguem descrever o processo pelo fato dessa taxa, de fato, não ser constante. Abaixo descrevemos os modelos clássicos usados e algumas variações:

Modelo Clássico: taxa de decomposição constante:

Eq. 1. $dm/dt=-km,$

sendo k a taxa de decomposição e m a massa remanescente.

Modelo com duas taxas Reparte o processo em duas fases, a primeira composta de substâncias mais facilmente degradáveis (p. ex. açucares e proteínas) e a segunda por compostos mais estáveis (p. ex. ligninas, celuloses). Podemos descrever esse processo da seguinte forma:

Eq. 2. $dm/dt=-(k1p+k2(1-p))m,$

sendo p a fração da massa inicial que é mais facilmente decomposta, $k1$ a taxa para essa fração e $k2$ a taxa de decomposição para a outra fração.

Modelo com taxas sendo uma função. Nesse caso a taxa é modelada desacelerando conforme a massa remanescente diminui.

Eq. 3. $dm/dt=f(t)$

Uma das funções que podem descrever essa diminuição exponencial da eq. 3 é:

Eq. 4. $f(t)=a+be^{-ht}$

Perguntas

1. Quais as equações de decomposição que descrevem a massa remanescente em função do tempo para as eq. 1, 2?

$$\frac{dm}{dt} = -km$$

$$\int^t \frac{dm}{dt}dt = \int^t -kmdt \qquad \textbf{\textit{Eq 1.}}$$

$$m_t = m_0 e^{-kt}$$

$$\frac{dm}{dt} = -(k1p + k2(1-p))m$$

$$\int^t \frac{dm}{dt}dt = \int^t -(k1p + k2(1-p))mdt \qquad \textbf{\textit{Eq 2.}}$$

$$m_t = m_0 e^{-(k1p+k2(1-p))t}$$

2. Qual a solução geral para a equação 3?

$$\frac{dm}{dt} = f_{(t)}$$

$$\int^t \frac{dm}{dt} dt = \int^t f_{(t)} dt \qquad \textbf{\textit{Eq 3.}}$$

$$m_t = m_0 e^{f(t)}$$

3. Solucione a equação 3, incluindo a função 4, para ter o modelo de decomposição com a taxa diminuindo exponencialmente.

$$\frac{dm}{dt} = a + be^{-ht}$$

$$\int^t \frac{dm}{dt} dt = \int^t \left(a + be^{-ht}\right) dt$$

$$\int^t \frac{dm}{dt} dt = a + b \int^t \left(e^{-ht}\right) dt$$

$$m_t = a + b - he^{-ht}$$